

עקרונות הכפלת ההסתברות - תזכורת

כשמסובבים סביבון ומטילים מטבע יש שמונה מקרים אפשריים:

- | | |
|-----------------|------------------|
| 1. "נ" + "מספר" | 2. "נ" + "תמונה" |
| 3. "ג" + "מספר" | 4. "ג" + "תמונה" |
| 5. "ה" + "מספר" | 6. "ה" + "תמונה" |
| 7. "פ" + "מספר" | 8. "פ" + "תמונה" |



לכן, ההסתברות שבהטלת מטבע וסיבוב סביבון, הם ייפלו על האות "ה" ועל "מספר" היא $\frac{1}{8}$

כלל לחישוב הסתברויות של אירועים עוקבים



בסיבוב סביבון ההסתברות שהוא ייפול על האות "ה" היא $\frac{1}{4}$. בנוסף, ראינו שההסתברות שסביבון ייפול על האות "ה", **ובמקביל** ייפול מטבע על "מספר" היא $\frac{1}{8}$. כלומר, בהוספת המטבע ההסתברות הוכפלה פי $\frac{1}{2}$ (קטנה פי 2).

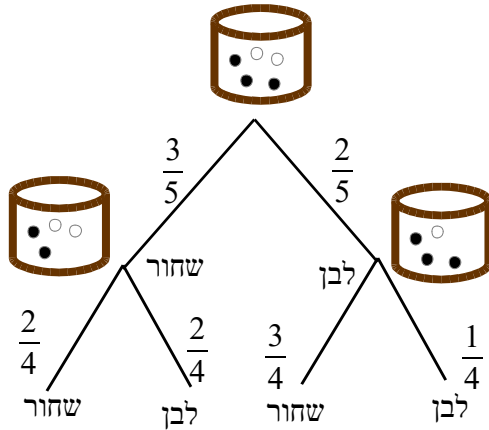
$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

מסקנה

ההסתברות של אירועים עוקבים היא מכפלת ההסתברויות של כל אחד מהם.



נתבונן שוב בעץ ההסתברויות מהעמוד הקודם.



באמצעות עקרון הכפל בהסתברות נחשב

הסתברויות :

ההסתברות שיצאו שני כדורים לבנים

$$P(\text{לבן, לבן}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

ההסתברות שיצאו שני כדורים באותו צבע:

$$P(\text{אותו צבע}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{5}$$

תרגול

(1) מה ההסתברות שיצא כדור לבן

ואחריו יצא כדור שחור ?

(2) מה ההסתברות שיצאו שני כדורים שחורים ?

(3) מה ההסתברות שיצא כדור שחור

ואחריו יצא כדור לבן ?

(4) מה ההסתברות שיצאו כדורים בצבעים שונים ?

**דוגמה פתורה**

אבנר קולע במטרה במוצע 70 חצים מתוך 100 נסיונות.
שרה קולעת במטרה במוצע 80 חצים מתוך 100 נסיונות.
במשחק קליעה למטרה אבנר ושרה זרקו חץ לעבר המטרה.

א. מה ההסתברות שרק אחד מהם קלע במטרה ?

ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהם קלע במטרה ?

פתרון**נתוני השאלה**

ההסתברות שאבנר קלע $A = 0.7$, ההסתברות שאבנר החטיא $A = 0.3$.

ההסתברות ששרה קלעה $B = 0.8$, ההסתברות ששרה החטיאה $B = 0.2$.

טבלת הסתברויות לארבעת המקרים האפשריים

אבנר	שרה	הסתברות
קלע (A)	קלעה (B)	$P = 0.7 \cdot 0.8 = 0.56$
קלע (A)	החטיאה (B)	$P = 0.7 \cdot 0.2 = 0.14$
החטיא (A)	קלעה (B)	$P = 0.3 \cdot 0.8 = 0.24$
החטיא (A)	החטיאה (B)	$P = 0.3 \cdot 0.2 = 0.06$

$$\text{סה"כ} = 1$$

א. ההסתברות שרק אחד קלע במטרה כוללת 2 מקרים
אבנר קלע / שרה החטיאה , אבנר החטיא / שרה קלעה

$$P = 0.14 + 0.24 = 0.38$$

ב. ההסתברות שלפחות אחד קלע במטרה כוללת 3 מקרים

אבנר קלע / שרה קלעה , אבנר קלע / שרה החטיאה , אבנר החטיא / שרה קלעה

$$P = 0.56 + 0.14 + 0.24 = 0.94$$

דרך מקוצרת לסעיף ב

יש מקרה יחיד שלא מתאים לשאלה ולכן נשתמש במשלים

$$P = 1 - 0.06 = 0.94$$

דוגמה פתורה

במשחק מזל מקבל כל משתתף 3 כרטיסי הגרלה. ההסתברות לזכייה בפרס קטן היא 0.2, ההסתברות לזכייה בפרס בינוני היא 0.1 וההסתברות לזכייה בפרס הגדול היא 0.05.
 א. מה ההסתברות שמשתתף בהגרלה לא ייזכה בדבר?
 ב. מה ההסתברות שמשתתף בהגרלה ייזכה לפחות בפרס אחד?

פתרוןנתוני השאלה

ההסתברות לזכייה בפרס קטן $A = 0.2$, ההסתברות להפסד בפרס קטן $A = 0.8$.
 ההסתברות לזכייה בפרס בינוני $B = 0.1$, ההסתברות להפסד בפרס בינוני $B = 0.9$.
 ההסתברות לזכייה בפרס גדול $C = 0.05$, ההסתברות להפסד בפרס גדול $C = 0.95$.
טבלת הסתברויות ל- 8 המקרים האפשריים

הסתברות	פרס קטן	פרס בינוני	פרס גדול
$0.05 \cdot 0.1 \cdot 0.2 = 0.001$	זכייה	זכייה	זכייה
$0.95 \cdot 0.9 \cdot 0.2 = 0.171$	זכייה	הפסד	הפסד
$0.95 \cdot 0.1 \cdot 0.8 = 0.076$	הפסד	זכייה	הפסד
$0.05 \cdot 0.9 \cdot 0.8 = 0.036$	הפסד	הפסד	זכייה
$0.95 \cdot 0.1 \cdot 0.2 = 0.019$	זכייה	זכייה	הפסד
$0.05 \cdot 0.1 \cdot 0.8 = 0.004$	הפסד	זכייה	זכייה
$0.05 \cdot 0.9 \cdot 0.2 = 0.009$	זכייה	הפסד	זכייה
$0.95 \cdot 0.9 \cdot 0.8 = 0.684$	הפסד	הפסד	הפסד

א. ההסתברות לא לזכות בדבר כוללת מקרה יחיד (הפסד / הפסד / הפסד)

$$P = 0.95 \cdot 0.9 \cdot 0.8 = 0.684$$

ב. ההסתברות לזכות לפחות בפרס אחד כוללת 7 מקרים (כל המקרים פרט למקרה שבסעיף א)

$$p = 1 - 0.684 = 0.316$$

הררי לרי תזרה לרגררה

(1) בכד אחד יש 8 כדורים צהובים ו-4 כדורים ירוקים. בכד שני יש 6 כדורים צהובים ו-9 כדורים ירוקים.

כדי לבחור כדור מהכד הראשון יש להטיל קובייה ושייתקבל מספר הגדול מ-2. אחרת, בוחרים כדור מהכד השני.

א. מה ההסתברות לבחור כדור ירוק מהכד הראשון?

ב. מה ההסתברות לבחור כדור ירוק?

(2) בתוך קופסה יש 4 קוביות אדומות ו-6 קוביות לבנות. מבלי להסתכל, מוצאים מהקופסה קובייה.

אם הקובייה אדומה משאירים אותה בחוץ ואם היא לבנה, מחזירים אותה לקופסה.

לאחר מכן, מבלי להסתכל, מוציאים מהקופסה קובייה נוספת.

א. מה ההסתברות ששתי הקוביות יהיו באותו צבע?

ב. מה ההסתברות ששתי הקוביות יהיו בצבעים שונים?

(3) בשקית אטומה יש 4 סוכריות חמוצות ו-8 סוכריות מנטה.

מוציאים באקראי סוכריה מהשקית, אכלים את הסוכרייה ומוציאים באקראי סוכריה נוספת.

א. מה ההסתברות ששתי הסוכריות שמוציאים יהיו חמוצות?

ב. מה ההסתברות ששתי הסוכריות שמוציאים יהיו בעלות אותו טעם?

ג. מה ההסתברות שהסוכריה הראשונה שמוציאים תהיה מנטה והשנייה חמוצה?

(4) בבית ספר כלשהו $\frac{2}{5}$ מצוות ההוראה הם מורים ו- $\frac{3}{5}$ מורות.

10% מהמורים ו-80% מהמורות, הם בעלי שיער צבוע.

בוחרים באקראי איש צוות הוראה.

מה ההסתברות ששיערו אינו צבוע?

