

שאלון ב' מתמטיקה בהישג יד

**סדרות**



**2018 דודו גולדשטיין**

חוברת הלימוד של

---

## ג ו ש א י ה ל י מ ו ד

2	תזכורת - כפל וחילוק בשבר	⊙
4 - 3	סדרה הנדסית	⊙
6 - 5	תזכורת - חזקות ושורשים	⊙
9 - 7	נוסחת האיבר הכללי	⊙
11 - 10	מציאת האיבר הראשון	⊙
13 - 12	הצגה גרפית של סדרה הנדסית	⊙
14	פתרון משוואות מעריכיות	⊙
18 - 15	מציאת מנת הסדרה	⊙
20 - 19	סכום איברי סדרה הנדסית	⊙
23 - 21	סדרות מכלל נסיגה	⊙
29 - 24	תרגילי חזרה לבגרות	⊙

## ג ו ס ה א ו ת

**סדרה הנדסית**

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

**סדרה חשבונית**

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

**האיבר הכללי**

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$$

**סכום האיברים**

תזכורת - כפל וחילוק בשבר

כפלה בשבר שקול לחילוק במספר ההופכי.



$$8 \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \quad \text{לדוגמה, התרגיל } 8 \text{ כפול } \frac{1}{2}, \text{ שקול ל } 8 \text{ חלקי } 2$$

חילוק בשבר שקול לכפל במספר ההופכי.



$$5 : \frac{1}{3} = 5 \cdot 3 = 15 \quad \text{לדוגמה, התרגיל } 5 \text{ חלקי } \frac{1}{3} \text{ שקול ל } 5 \text{ כפול } 3$$

תרגול

(1)  $10 \cdot \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$       (6)  $6 : \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$       (11)  $12 \cdot \frac{1}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2)  $30 \cdot \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$       (7)  $4 : \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$       (12)  $8 \cdot \frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3)  $20 \cdot \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$       (8)  $5 : \frac{1}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$       (13)  $7 \cdot \frac{1}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

(4)  $7 \cdot \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$       (9)  $8 : \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$       (14)  $1 : \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

(5)  $12 \cdot \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$       (10)  $10 : \frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$       (15)  $1 : \frac{1}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$

16 (9 , 50 (8 , 20 (7 , 12 (6 , 3 (5 , 3.5 (4 , 4 (3 , 10 (2 , 5 (1  
9 (15 , 5 (14 , 1 (13 , 1 (12 , 2 (11 , 80 (10

סדרה הנדסיתהשלימו את הסדרות

1, 2, 4, 8, \_\_, \_\_, \_\_

1, 5, 25, \_\_, \_\_, \_\_

1, 3, 9, 27, \_\_, \_\_, \_\_

240, 120, 60, \_\_, \_\_, \_\_

20, 40, 80, \_\_, \_\_, \_\_

1000, 100, 10, \_\_, \_\_, \_\_

סדרה הנדסית - סדרה שבה לכל שני איברים סמוכים יש מנה קבועה .מנת הסדרה מסומנת באות  $q$  ( quotient )כאשר מנת הסדרה חיובית ( $q > 0$ ), הסדרה "עולה"דוגמה לסדרה הנדסית "עולה" 3, 6, 12, 24, 48 . מנת הסדרה  $q = 2$ השלימו את הסדרה $\frac{2}{a_1}, \frac{6}{a_2}, \frac{18}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}$ כאשר מנת הסדרה היא שבר בין 0 ל-1 ( $0 < q < 1$ ) הסדרה "יורדת"דוגמה לסדרה הנדסית "יורדת" 40, 20, 10, 5, 2.5 . מנת הסדרה  $q = \frac{1}{2}$ השלימו את הסדרה $\frac{64}{a_1}, \frac{32}{a_2}, \frac{16}{a_3}, \frac{\quad}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}$ כאשר מנת הסדרה שלילית ( $q < 0$ ), הסדרה אינה עולה ואינה יורדתסדרה הנדסית, שאינה עולה ואינה יורדת 4, -8, 16, -32, 64 . מנת הסדרה  $q = -2$ השלימו את הסדרה $\frac{3}{a_1}, \frac{-6}{a_2}, \frac{12}{a_3}, \frac{-24}{a_4}, \frac{\quad}{a_5}, \frac{\quad}{a_6}$

כדי למצוא מנה של סדרה הנדסית יש לחלק איבר כלשהו באיבר שלפניו



1.2 , 3.6 , 10.8 , 32.4

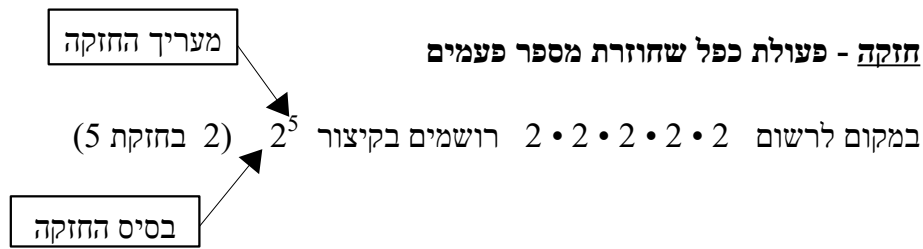
$$q = 3.6 : 1.2 = 3 \quad \text{מנת הסדרה}$$

השלימו את הסדרות ההנדסיות, רשמו את מנתן והאם הסדרה עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת

- |      |                            |                                |                                  |
|------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| (1)  | 1 , 2 , 4 , 8 , _____      | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |
| (2)  | 250 , 50 , 10 , 2 , _____  | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |
| (3)  | 10 , 30 , 90 , 270 , _____ | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |
| (4)  | -1 , 7 , -49 , 343 , _____ | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |
| (5)  | 0.1 , 1 , 10 , 100 , _____ | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |
| (6)  | 80 , 20 , 5 , _____        | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |
| (7)  | -4 , 4 , -4 , 4 , _____    | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |
| (8)  | 243 , 81 , 27 , 9 , _____  | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |
| (9)  | 1 , 3 , 9 , 27 , _____     | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |
| (10) | -2 , 4 , -8 , 16 , _____   | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |
| (11) | 64 , 32 , 16 , 8 , _____   | $q = \underline{\hspace{2cm}}$ | עולה / יורדת / לא עולה ולא יורדת |

- 
- (1) 16 , 2 , עולה (2) 0.4 , 0.2 , יורדת (3) 3 , 810 , עולה  
 (4) -2401 , -7 , לא עולה ולא יורדת (5) 1000 , 10 , עולה (6) 1.25 , 0.25 , יורדת  
 (7) -4 , -1 , לא עולה ולא יורדת (8) 3 , 1/3 , יורדת (9) 3 , 81 , עולה  
 (10) -32 , -2 , לא עולה ולא יורדת (11) 4 , 0.5 , יורדת

תזכורת - תזקות ושורשים



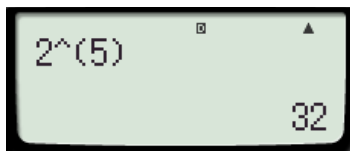
מקלידים במחשבון מדעי:  $x^{\square}$  ונפתחת תבנית



ואת המעריך



מקלידים את הבסיס



ולבסוף



אח"כ



במחשבוני אחרים, לוחצים על

רשמו את התרגילים בכתיב חזקות וחשבו באמצעות מחשבון

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$$

בסיס החזקה 3, מעריך החזקה 5

(1)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

(4)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

בסיס \_\_\_\_\_, מעריך \_\_\_\_\_

בסיס \_\_\_\_\_, מעריך \_\_\_\_\_

(2)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

(5)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

בסיס \_\_\_\_\_, מעריך \_\_\_\_\_

בסיס \_\_\_\_\_, מעריך \_\_\_\_\_

(3)  $5 \cdot 5 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

(6)  $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

בסיס \_\_\_\_\_, מעריך \_\_\_\_\_

בסיס \_\_\_\_\_, מעריך \_\_\_\_\_

(1) בסיס 2 מעריך 6, (2) בסיס 10 מעריך 4, (3) בסיס 5 מעריך 3, (4) בסיס 2 מעריך 5

(5) בסיס 3 מעריך 4, (6) בסיס 6 מעריך 4

בכפל חזקות בעלות אותו בסיס, מעריך המכפלה הוא סכום מעריכי החזקות



$$4^2 \cdot 4^3 = \underbrace{4 \cdot 4}_{4^2} \cdot \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4}_{4^3} = 4^5$$

$$2^3 \cdot 2^4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^4} = 2^7$$

בחילוק חזקות בעלות אותו בסיס, מעריך המנה הוא הפרש מעריכי החזקות



$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 2^2$$

$$\frac{3^6}{3^2} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{3}} = 3^4$$

$$\frac{3^7}{3^3} = 3^{7-3} = 3^4$$

$$\frac{2^8}{2^4} = 2^{8-4} = 2^4$$

תרגילי חילוק ללא רישום תהליך הצמצום:

### תרגול

(1)  $\frac{3^8}{3^2} =$

(5)  $\frac{5^9}{5^6} =$

(2)  $\frac{10^5}{10^2} =$

(6)  $\frac{4^{12}}{4^6} =$

(3)  $\frac{8^7}{8^2} =$

(7)  $\frac{2^{10}}{2^7} =$

(4)  $\frac{6^8}{6^4} =$

(8)  $\frac{9^5}{9^2} =$

(1)  $3^6$ , (2)  $10^3$ , (3)  $8^5$ , (4)  $6^4$ , (5)  $5^3$ , (6)  $4^6$ , (7)  $2^3$ , (8)  $9^3$

נוסחת האיבר הכללי

בסדרה הנדסית המנה  $q = 3$ . השלימו את איברי הסדרה.

$$\sqrt[1]{a_1} \quad \sqrt{a_2} \quad \sqrt[3]{a_3} \quad \sqrt[4]{a_4} \quad \sqrt[5]{a_5} \quad \sqrt[243]{a_6}$$

האיבר השני הוא המספר 1 שהוכפל ב-  $3 (q)$

האיבר השלישי הוא המספר 1 שהוכפל פעמיים ב-  $3 (q^2)$

האיבר הרביעי הוא המספר 1 שהוכפל שלוש פעמים ב-  $3 (q^3)$  וכו'

$$\sqrt[1]{a_1} \quad \sqrt[2]{a_1 \cdot q} \quad \sqrt[3]{a_1 \cdot q^2} \quad \sqrt[4]{a_1 \cdot q^3} \quad \sqrt[5]{a_1 \cdot q^4} \quad \sqrt[6]{a_1 \cdot q^5} \quad \sqrt[7]{a_1 \cdot q^6} \quad \sqrt[8]{a_1 \cdot q^7} \quad \sqrt[9]{a_1 \cdot q^8} \quad \sqrt[10]{a_1 \cdot q^9}$$

השלימו את איברי הסדרה באופן כללי

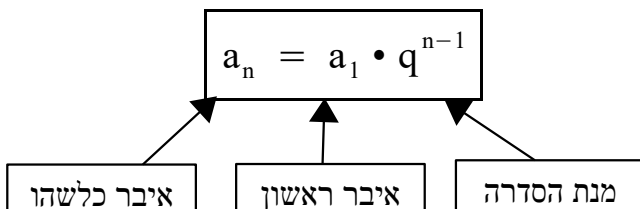
$a_5 =$  \_\_\_\_\_  $a_7 =$  \_\_\_\_\_  $a_8 =$  \_\_\_\_\_

$a_9 =$  \_\_\_\_\_  $a_{10} =$  \_\_\_\_\_

כל איבר בסדרה הנדסית, הוא כפולות של מנות  $(q)$  באיבר הראשון.



מספר המנות קטן ב- 1 ממקום האיבר.



נוסחת האיבר הכללי

$a_{20} = a_1 \cdot q^{19}$  לדוגמה, ביטוי לאיבר העשרים

$a_{12} = a_1 \cdot q^{11}$  ביטוי לאיבר השנים עשר

רשמו ביטוי לאברים בסדרה הנדסית

(1)  $a_4 =$  \_\_\_\_\_ , (2)  $a_8 =$  \_\_\_\_\_ , (3)  $a_{13} =$  \_\_\_\_\_

(4)  $a_9 =$  \_\_\_\_\_ , (5)  $a_7 =$  \_\_\_\_\_ , (6)  $a_{15} =$  \_\_\_\_\_

(7)  $a_6 =$  \_\_\_\_\_ , (8)  $a_5 =$  \_\_\_\_\_ , (9)  $a_{20} =$  \_\_\_\_\_